Ergebnisbericht

Die Klausur zum Modul B1 Deskriptive Statistik im Wintersemester 2022/23 fand am 02.02.2023 von 16.00 -17.00 Uhr in Hörsaal 6, Gebäude 44 der OVGU mit 67 Teilnehmer:innen statt. Die Klausur bestand aus 30 Multiple Choice Aufgaben mit jeweils vier Antwortmöglichkeiten und jeweils genau einer richtigen Antwort. Die Klausur ist diesem Bericht beigefügt, richtige Antworten sind grün markiert.

Bewertungschema

Die Aufteilung der zugelassenen Noten auf die erreichten Prozentpunkte wurde anhand untenstehender Tabelle vorgenommen. Diese trifft folgende Zuordnung der erreichten Prozentpunkte zu den zugelassenen Noten anhand von geschlossenen Prozentpunktintervallen.

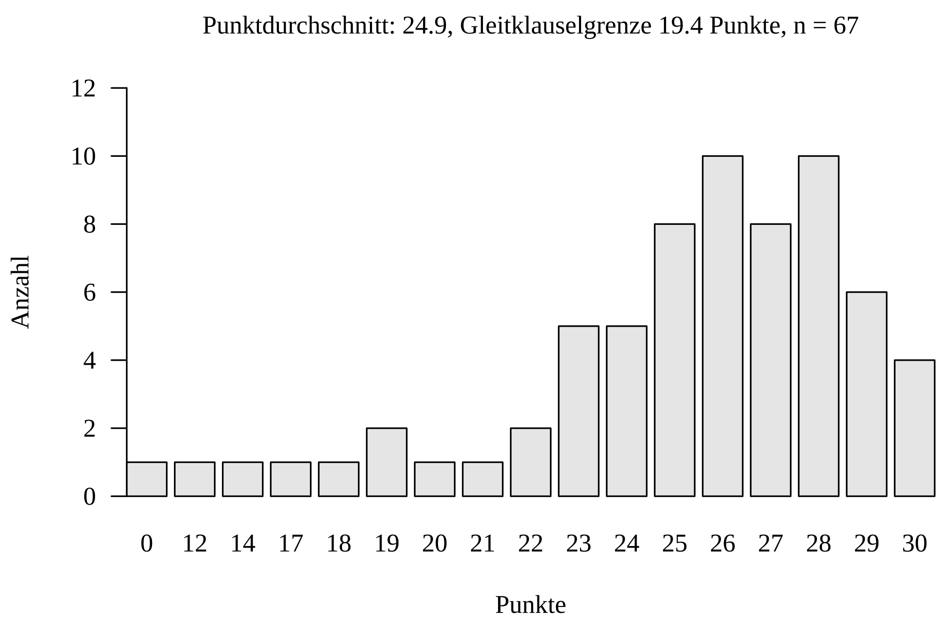
$\leq$	$\geq$	Note
100	95	1,0
94	90	1,3
89	85	1,7
84	80	2,0
79	75	2,3
74	70	2,7
69	65	3,0
64	60	3,3
59	55	3,7
54	50	4,0
49	0	5,0

Es ergibt sich folgendes Punktenotenschema, wobei < 15 Punkte mit 5.0 bewertet wurden.

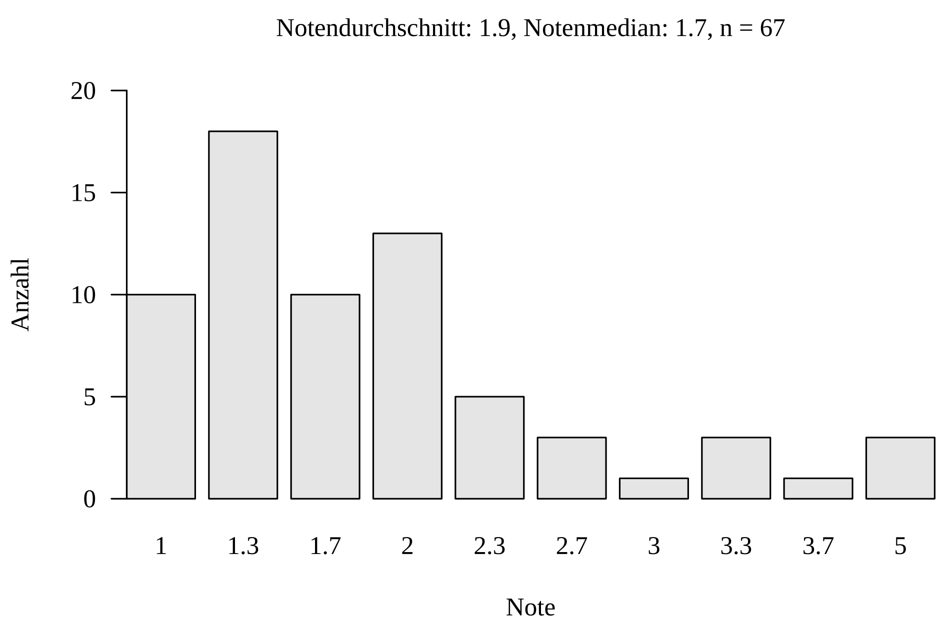
Punkte	Prozent	Note
30	100,0	1,0
29	96,7	1,0
28	93,3	1,3
27	90,0	1,3
26	86,7	1,7
25	83,3	2,0
24	80,0	2,0
23	76,7	2,3
22	73,3	2,7
21	70,0	2,7
20	66,7	3,0
19	63,3	3,3
18	60,0	3,3
17	56,7	3,7
16	53,3	4,0
15	50,0	4,0

Ergebnisse

Die nachfolgende Abbildung zeigt die absolute Häufigkeitsverteilung der erzielten Punkte.



Die nachfolgende Abbildung zeigt die absolute Häufigkeitsverteilung der erreichten Noten.



Otto-Von-Guericke-Universität Magdeburg
Institut für Psychologie
Abteilung Methodenlehre I: Methoden der experimentellen und neurowissenschaftlichen Psychologie
Prof. Dr. Dirk Ostwald

Klausur Modul B1 Deskriptive Statistik

Termin: 02.02.2023

Name, Vorname: ______________________

Matrikelnummer: ______________________

Bearbeitungshinweise

- Die Klausur besteht aus **30 Aufgaben**. Sie haben zur Bearbeitung **60 Minuten** Zeit.
- Bei jeder Aufgabe sind jeweils **vier Antwortmöglichkeiten** vorgegeben, es trifft **immer genau eine** Antwort zu. Bitte kreuzen Sie bei jeder Aufgabe die zutreffende Antwort an.
- Für jede richtig gelöste Aufgabe erhalten Sie einen Punkt.

Viel Erfolg!

1. Welche Aussage zu den fundamentalen Annahmen der Wahrscheinlichkeitstheorie trifft **nicht** zu?
   a) Die Wahrscheinlichkeitstheorie nimmt an, dass Zufallsprozesse mathematisch modelliert werden können.
   b) Die Wahrscheinlichkeitstheorie nutzt Mathematik zur Vorhersage zufälliger Ereignisse.
   c) Die Wahrscheinlichkeitstheorie ist mengentheoretisch begründet.
   d) Die Wahrscheinlichkeitstheorie ist weder für die Frequentistische noch die Bayesianische Inferenz relevant.

2. Welche Aussage zu den fundamentalen Annahmen der Frequentistischen Statistik trifft **nicht** zu?
   a) Wahrscheinlichkeiten werden als Grade subjektiver Sicherheit interpretiert.
   b) Die Parameter probabilistischer Modelle sind feste, unbekannte Konstanten.
   c) Statistische Methoden sollten gute langfristige relative Frequenzeigenschaften besitzen.
   d) Statistische Methoden werden typischerweise anhand ihrer Stichprobenverteilungen bewertet.

3. Welche Aussage zum Begriff eines Wahrscheinlichkeitsraums $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ trifft zu?
   a) Die Menge Ω wird Wahrscheinlichkeitsmaß genannt.
   b) Für die σ-Algebra $\mathcal{A}$ gilt, dass wenn $A \in \mathcal{A}$, dann $A^c \notin \mathcal{A}$.
   c) Wenn Ω endlich ist, dann kann die Potenzmenge $\mathcal{P}(\Omega)$ als Ereignissystem $\mathcal{A}$ gewählt werden.
   d) $\mathbb{P}$ ist eine Abbildung der Form $\mathbb{P} : \Omega \to [0, 1]$.

4. Welche Aussage zur Definition einer Wahrscheinlichkeitsfunktion π trifft zu?
   a) Die Definitionsmenge von π ist die σ-Algebra $\mathcal{A}$ eines Wahrscheinlichkeitsraums $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$.
   b) π heißt genau dann Wahrscheinlichkeitsfunktion, wenn $\prod_{\omega \in \Omega} \pi(\omega) > 1$.
   c) Die Funktionswerte von π sind immer negativ.
   d) Die Summe aller Funktionswerte von π muss 1 ergeben.

5. $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ sei ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{A}$. Welche Aussage trifft dann **nicht** zu?
   a) $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$.
   b) $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$.
   c) $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A \cap B)$.
   d) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow \mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$.

6. $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ sei ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{A}$ seien unabhängige Ereignisse mit $\mathbb{P}(B) > 0$. Welche Aussage trifft dann im Allgemeinen **nicht** zu?

   a) $\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}$.

   b) $\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(A)}$.

   c) $\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)}{\mathbb{P}(B)}$.

   d) $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$.

7. Welche Aussage zur Definition einer Wahrscheinlichkeitsmassefunktion p einer Zufallsvariable ξ trifft **nicht** zu?

   a) Wahrscheinlichkeitsmassefunktionen sind für Zufallsvariablen mit endlichem Ergebnisraum $\mathcal{X}$ relevant.

   b) Für p muss $\sum_{x \in \mathcal{X}} p(x) = 1$ gelten.

   c) Für p muss $\mathbb{P}_\xi(\xi = x) = p(x)$ für alle $x \in \mathcal{X}$ gelten, wobei $\mathbb{P}_\xi$ das Bildmaß von ξ bezeichnet.

   d) p kann Werte größer als 1 annehmen.

8. Welche Aussage trifft zu? $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{>0}, x \mapsto p(x) := \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right)$ bezeichnet

   a) ... die Wahrscheinlichkeitsmassefunktion einer normalverteilten Zufallsvariable.

   b) ... die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer normalverteilten Zufallsvariable.

   c) ... die kumulative Verteilungsfunktion einer normalverteilten Zufallsvariable.

   d) ... die inverse kummulative Verteilungsfunktion einer normalverteilten Zufallsvariable.

9. Welche Aussage trifft zu? Für eine Zufallsvariable $\xi : \Omega \to \mathbb{R}$ auf einem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ ist die kumulative Verteilungsfunktion $P : \mathbb{R} \to [0, 1]$ von ξ definiert als

   a) $P(x) := \mathbb{P}(\xi = x)$.

   b) $P(x) := \mathbb{P}(\xi \leq x)$.

   c) $P(x) := \mathbb{P}(\xi \geq x)$.

   d) $P(x) := \mathbb{P}(\xi > x)$.

10. Gegeben sei ein zweidimensionaler Zufallsvektor $\xi := (\xi_1, \xi_2)$ mit Ergebnisraum $\{2, 3\} \times \{3, 4\}$ und gemeinsamer Wahrscheinlichkeitsmassefunktion sowie marginalen Wahrscheinlichkeitsmassefunktionen gegeben durch

$p_\xi(x_1, x_2)$	$x_2 = 3$	$x_2 = 4$	$p_{\xi_1}(x_1)$
$x_1 = 2$	0.20	0.20	0.40
$x_1 = 3$	0.30	0.30	0.60
$p_{\xi_2}(x_2)$	0.50	0.50	

   Welche Aussage trifft dann **nicht** zu?

   a) ξ_1 und ξ_2 sind unabhängig.

   b) Die gemeinsame Verteilung $p_\xi(x_1, x_2)$ ergibt sich aus dem Produkt $p_{\xi_1}(x_1)p_{\xi_2}(x_2)$.

   c) Die marginale Wahrscheinlichkeit dafür, dass ξ_1 den Wert $x_1 = 2$ annimmt, beträgt 0.4.

   d) ξ_1 und ξ_2 sind unabhängig und identisch verteilt.

11. Welche Aussage über den Erwartungswert $\mathbb{E}(\xi)$ einer normalverteilten Zufallsvariable $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$ trifft zu?
    a) Es gilt $\mathbb{E}(\xi) = \mu$.
    b) Es gilt $\mathbb{E}(\xi) = \sigma^2$.
    c) $\mathbb{E}(\xi)$ ist ein Maß für die Variabilität von ξ.
    d) Verschiedenen Realisationen x von ξ ergeben verschiedene Werte für den Erwartungswert $\mathbb{E}(\xi)$.

12. ξ und υ seien zwei Zufallsvariablen und es seien $a, b, c \in \mathbb{R}$. Welche Aussage trifft dann zu?
    a) $\mathbb{V}(\xi + \upsilon) = \mathbb{V}(\xi) + \mathbb{V}(\upsilon) + \mathbb{C}(\xi, \upsilon)$.
    b) $\mathbb{V}(\xi - \upsilon) = \mathbb{V}(\xi) - \mathbb{V}(\upsilon) - \mathbb{C}(\xi, \upsilon)$.
    c) $\mathbb{V}(a\xi + b\upsilon) = a^2\mathbb{V}(\xi) + b^2\mathbb{V}(\upsilon) + 2ab\mathbb{C}(\xi, \upsilon)$.
    d) $\mathbb{V}(a\xi + b\upsilon) = a^2\mathbb{V}(\xi) + b^2\mathbb{V}(\upsilon) + 2a^2b^2\mathbb{C}(\xi, \upsilon)$.

13. Welche Aussage zur Korrelation $\rho(\xi, \upsilon)$ zweier Zufallsvariablen ξ und υ trifft zu?
    a) Es gilt ausschließlich $0 \leq \rho(\xi, \upsilon) \leq 1$.
    b) Wenn $\rho(\xi, \upsilon) = 0$ gilt, dann sind ξ und υ immer unabhängige Zufallsvariablen.
    c) $\rho(\xi, \upsilon) = \frac{\mathbb{C}(\xi,\upsilon)}{\mathbb{V}(\xi)\mathbb{V}(\xi)}$.
    d) Wenn ξ und υ unabhängige Zufallsvariablen sind, dann gilt immer $\rho(\xi, \upsilon) = 0$.

14. ξ sei eine Zufallsvariable mit Erwartungswert $\mathbb{E}(\xi)$ und Varianz $\mathbb{V}(\xi)$. Die Chebyshev Ungleichung besagt, dass
    a) $\mathbb{P}(\xi \geq x) \leq \mathbb{E}(\xi)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.
    b) $\mathbb{P}(\xi \geq x) \leq \frac{\mathbb{E}(\xi)}{x}$ für alle $x \in \mathbb{R}$.
    c) $\mathbb{P}(|\xi - \mathbb{E}(\xi)| \leq x) \leq \mathbb{V}(\xi)$für alle $x \in \mathbb{R}$.
    d) $\mathbb{P}(|\xi - \mathbb{E}(\xi)| \geq x) \leq \frac{\mathbb{V}(\xi)}{x^2}$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

15. Es seien ξ und υ zwei Zufallsvariablen und $\mathbb{E}(\xi\upsilon)$ sei endlich. Die Cauchy-Schwarz Ungleichung besagt, dass
    a) $\mathbb{E}(\xi\upsilon)^2 \geq \mathbb{E}\left(\xi^2\right)\mathbb{E}\left(\upsilon^2\right)$.
    b) $\mathbb{E}(\xi\upsilon) \leq \mathbb{E}\left(\xi\right)\mathbb{E}\left(\upsilon\right)$.
    c) $\mathbb{E}(\xi\upsilon) = \mathbb{E}\left(\xi\right)\mathbb{E}\left(\upsilon\right)$.
    d) $\mathbb{E}(\xi\upsilon)^2 \leq \mathbb{E}\left(\xi^2\right)\mathbb{E}\left(\upsilon^2\right)$.

16. Welcher zentrale Aspekt der Statistik wird durch die Gesetze der großen Zahl begründet?
    a) Der Gebrauch des Stichprobenmittels als Schätzer für Erwartungswerte.
    b) Der Gebrauch der Stichprobenvarianz als Schätzer für Erwartungswerte.
    c) Die Modellierung unbekannter Störeinflüsse durch gleichverteilte Zufallsvariablen.
    d) Die Modellierung unbekannter Störeinflüsse durch normalverteilte Zufallsvariablen.

17. Welche zentrale Annahme in der Statistik wird durch die zentralen Grenzwertsätze begründet?
    a) Der Gebrauch des Stichprobenmittels als Schätzer für Erwartungswerte.
    b) Der Gebrauch der Stichprobenvarianz als Schätzer für Erwartungswerte.
    c) Die Modellierung unbekannter Störeinflüsse durch gleichverteilte Zufallsvariablen.
    d) Die Modellierung unbekannter Störeinflüsse durch normalverteilte Zufallsvariablen.

18. Welche Transformation von $\upsilon \sim N(\mu, \sigma^2)$ mit $\mu \neq 0$ und $\sigma^2 > 0$ resultiert in $Z \sim N(0, 1)$?
    a) $Z := \frac{\upsilon}{\sigma}$.
    b) $Z := \frac{\upsilon}{\sigma^2}$.
    c) $Z := \frac{\upsilon - \mu}{\sigma}$.
    d) $Z := \frac{\upsilon - \mu}{\sigma^2}$.

19. Welche Aussage zu Statistiken und Schätzern trifft **nicht** zu?
    a) Statistiken sind Abbildungen aus dem Datenraum in einen beliebigen Raum.
    b) Parameterschätzer sind Abbildungen aus dem Datenraum in einen beliebigen Raum.
    c) Das Stichprobenmittel kann als Statistik dienen.
    d) Das Stichprobenmittel kann als Parameterschätzer dienen.

20. $\xi_1, ...\xi_n$ sei eine Stichprobe mit Stichprobenmittel $\bar{\xi}_n$. Welche Aussage zur Stichprobenvarianz trifft dann zu?
    a) Die Stichprobenvarianz ist definiert als $S_n^2 := \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi}_n)$
    b) Die Stichprobenvarianz ist definiert als $S_n^2 := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi}_n)^2$
    c) Die Stichprobenvarianz ist definiert als $S_n^2 := \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi}_n)^2$
    d) Die Stichprobenvarianz ist definiert als $S_n^2 := \frac{1}{n-1} \prod_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi}_n)^2$

21. $y_1, ..., y_n$ sei eine Realisation von $\upsilon_1, ..., \upsilon_n \sim p_\theta$ mit $\theta \in \Theta$. Dann ist die Log-Likelihood-Funktion definiert als

    a) $\ell_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, y_1 \mapsto \ell_n(y_1) := \ln \prod_{i=1}^n p_\theta(y_i)$.

    b) $\ell_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, y_1 \mapsto \ell_n(y_1) := \ln \sum_{i=1}^n p_\theta(y_i)$.

    c) $\ell_n : \Theta \to \mathbb{R}, \theta \mapsto \ell_n(\theta) := \ln \prod_{i=1}^n p_\theta(y_i)$.

    d) $\ell_n : \Theta \to \mathbb{R}, \theta \mapsto \ell_n(\theta) := \ln \sum_{i=1}^n p_\theta(y_i)$.

22. Welche Aussage zu Maximum-Likelihood-Schätzern (ML Schätzern) trifft **nicht** zu?

    a) Ein ML Schätzer maximiert die Likelihood-Funktion.

    b) Ein ML Schätzer maximiert die Log-Likelihood-Funktion.

    c) Das Stichprobenmittel ist ein ML Schätzer für den Erwartungswertparameter einer Normalverteilung.

    d) Die Stichprobenvarianz ist ein ML Schätzer für den Varianzparameter einer Normalverteilung.

23. Welche Aussage zu einem Maximum-Likelihood-Schätzer (ML Schätzer) trifft **nicht** zu?

    a) Ein ML Schätzer ist immer erwartungstreu.

    b) Ein ML Schätzer ist immer asymptotisch erwartungstreu.

    c) Ein ML Schätzer ist immer erwartungstreu für gegen Unendlich strebende Stichprobengrößen n.

    d) Ein ML Schätzer ist immer konsistent.

24. Es sei $\upsilon = \upsilon_1, ..., \upsilon_n \sim p_\theta$ eine Stichprobe, $\delta \in]0, 1[$ und $G_u(\upsilon)$ und $G_o(\upsilon)$ seien zwei Statistiken. Welche Aussage zu einem δ-Konfidenzintervall $\kappa := [G_u, G_o]$ trifft dann **nicht** zu?

    a) Es gilt $\mathbb{P}_\theta(\kappa \ni \theta) = \delta$ für alle $\theta \in \Theta$.

    b) κ ist ein zufälliges Intervall, weil $G_u(\upsilon)$ und $G_o(\upsilon)$ Zufallsvariablen sind.

    c) κ ist ein zufälliges Intervall, weil $\theta \in \Theta$ eine Zufallsvariable ist.

    d) Wird ein Experiment unter gleichen Umständen häufig wiederholt, so überdeckt das zugehörige δ-Konfidenzintervall den wahren, aber unbekannten Parameterwert θ in $\delta \cdot 100\%$ der Fälle.

25. Welche Kenngrößen einer Stichprobe fließen in die Definition eines Konfidenzintervalls für den Erwartungswertparameter eines Normalverteilungsmodells ein?

    a) Das Stichprobenmittel, die Stichprobenstandardabweichung und die Stichprobengröße.

    b) Das Stichprobenmittel, die Stichprobengröße und der Stichprobenmedian.

    c) Das Stichprobenmittel, die Stichprobengröße, aber die Stichprobenstandardabweichung nicht.

    d) Die Stichprobenstandardabweichung, die Stichprobengröße, aber das Stichprobenmittel nicht.

26. Welche Aussage zur grundlegenden Logik statistischer Hypothesentests trifft **nicht** zu?
    a) Ein vorliegender Datensatz wird als Realisation einer Stichprobe konzeptualisiert.
    b) Man berechnet basierend auf dem Datensatz eine Teststatistik.
    c) Ist die betrachtete Wahrscheinlichkeit dafür, den beobachteten oder einern extremeren Wert der Teststatistik unter Annahme eines Nullmodells zu observieren hinreichend klein, so verwirft man die Hypothese, dass das Nullmodell die Daten generiert haben könnte.
    d) Wie in der Frequentistischen Statistik üblich, weiß man nach Durchführung der Testprozedur mit absoluter Sicherheit, ob im vorliegenden Fall das Nullmodell oder ein anderes Modell die Daten generiert hat.

27. Θ sei der Parameterraum eines statistischen Modells und $\Theta_0, \Theta_1 \subset \Theta$ seien Testhypothesen. Welche Aussage trifft dann zu?
    a) $\Theta = \Theta_0 \cap \Theta_1$
    b) $\Theta = \Theta_0 \cup \Theta_1$
    c) Wenn die Kardinalität von Θ_0 größer als 1 ist, dann wird Θ_0 *einfach* genannt.
    d) Nur wenn $0 \in \Theta_0$ gilt, wird Θ_0 *Nullhypothese* genannt.

28. Welche Aussage zu Hypothesentests trifft zu?
    a) Ein Test ist eine Abbildung aus dem Parameterraum eines statistischen Modells nach $\{0, 1\}$.
    b) Der Testwert $\phi(\upsilon) = 0$ repräsentiert den Vorgang des Ablehnens der Nullhypothese.
    c) Der Testwert $\phi(\upsilon) = 0$ besagt, dass für den wahren, aber unbekannten Parameter $\theta = 0$ gilt.
    d) Ein Standardtest kann als Verkettung einer Teststatistik und einer Entscheidungsregel geschrieben werden.

29. Welche Aussage zur Testgütefunktion eines Einstichproben-T-Tests ϕ trifft zu?
    a) Der Wert der Testgütefunktion ist definiert als die Wahrscheinlichkeit für $\phi(\upsilon) = 0$.
    b) Die Testgütefunktion kann zur Kontrolle des Testumfangs genutzt werden.
    c) Die Testgütefunktion hängt nicht von den wahren, aber unbekannten, Modellparametern ab.
    d) Die Verteilung der Einstichproben-T-Teststatistik ist für die Bestimmung der Testgütefunktion irrelevant.

30. Welche Aussage zur praktischen Durchführung eines Einstichproben-T-Tests ϕ trifft **nicht** zu?
    a) Man nimmt an, dass ein vorliegender Datensatz eine Realisation eines Normalverteilungsmodells ist.
    b) Man möchte zum Beispiel entscheiden, ob für ein μ_0 eher $H_0 : \mu = \mu_0$ oder $H_1 : \mu \neq \mu_0$ gilt.
    c) Man vergleicht den Wert der Einstichproben-T-Teststatistik des Datensatzes mit einem kritischen Wert.
    d) Das Signifikanzlevel α_0 des Tests ergibt sich als Produkt von 0.05 und dem Stichprobenmittel.