Psychologische Forschungsmethoden

BSc Philosophie-Neurowissenschaften-Kognition WiSe 2022/23

BSc Psychologie WiSe 2022/23

Prof. Dr. Dirk Ostwald

(10) Bedeutsamkeit

Vorbemerkungen

Bedeutsame Aussagen

Bedeutsame Statistiken

Selbstkontrollfragen

Vorbemerkungen

Bedeutsame Aussagen

Bedeutsame Statistiken

Selbstkontrollfragen

Vorbemerkungen

Ordinalmessung

- Das qualitative Relationssystem $\mathcal{M} := (M, R)$ ist eine *strenge schwache Ordnung*
- Das numerische Relationssystem ist $\mathcal{N} := (\mathbb{R}, >)$
- Es existiert ein Homomorphismus f von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ und $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ heißt *Ordinalskala*
- Die Menge der zulässigen Transformationen von f ist die Menge der *monotonen Funktionen*

$$x > y \Leftrightarrow \phi(x) > \phi(y) \tag{1}$$

Extensivmessung

- Das qualitative Relationssystem $\mathcal{M} := (M, R, \circ)$ ist eine *extensive Struktur*
- Das numerische Relationssystem ist $\mathcal{N} := (\mathbb{R}, >, +)$
- Es existiert ein Homomorphismus f von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ und $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ heißt *Verhältnisskala*
- Die Menge der zulässigen Transformationen von f ist die Menge der *Ähnlichkeitstransformationen*

$$\phi(x) = \alpha x \text{ mit } \alpha > 0 \tag{2}$$

Differenzmessung

- Das qualitative Relationssystem $\mathcal{M} := (M, D)$ ist eine *Differenzstruktur*.
- Das numerische Relationssystem ist $\mathcal{N} := (\mathbb{R}, \Delta)$
- Es existiert ein Homomorphismus f von $\mathcal{M}$ nach $\mathcal{N}$ und $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ heißt *Intervallskala*
- Die Menge der zulässigen Transformationen von f ist die Menge der *positiv linearen Funktionen*

$$\phi(x) = \alpha x + \beta \text{ mit } \alpha > 0, \beta \in \mathbb{R}. \tag{3}$$

Ein sinnvolleres Messmodell zur Intervallskalenart ist das *Additive konjunkte Messen* nach Luce and Tukey (1964)

Überblick

Die messtheoretische Bedeutsamkeit fragt nach der Sinnhaftigkeit von Messwertaussagen und Messwertmanipulationen in Abhängigkeit der Skalenart von $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$. Der Begriff der "Bedeutsamkeit" wird hier als rein technischer Begriff der Repräsentationstheorie des Messens und nicht intuitiv verstanden.

Die Aussagen der Repräsentationstheorie des Messens zur Bedeutsamkeit sind vor dem Hintegrund dieser Theorie sinnvoll und nachvollziehbar, wie wir in dieser Einheit zeigen wollen. Im größeren Kontext der Datenanalyse und Datenmodellierung sind sie allerdings extrem umstritten, was letztlich in eine Fundamentalkritik an der Repräsentationstheorie des Messens mündet.

Davison and Sharma (1988) bringen die Diskussion zu diesem Thema auf den Punkt: "In his classic work, Stevens (1951) outlined his now-famous four levels of measurement and delineated which statistics were appropriate for the various levels. Thus began the controversy about the appropriateness of parametric statistics for ordinal data. On one side is the view that parametric statistics, such as the t test, are inappropriate for ordinal data (Townsend and Ashby (1984)). According to the opposing view, the level of measurement is irrelevant (Borgatta and Bohrnstedt (1980), Gaito (1980))."

Wir vertiefen die Fundamentalkritik an der RTM in Einheit (12) Dekonstruktion.

Vorbemerkungen

Bedeutsame Aussagen

Bedeutsame Statistiken

Selbstkontrollfragen

Definition (Bedeutsame Aussagen)

$(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ sei eine Skala. Eine Aussage heißt *bedeutsam bezüglich* $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$, wenn der Wahrheitsgehalt der Aussage unter allen zulässigen Transformationen von $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ unverändert bleibt.

Bemerkungen

- Die Definition präzisiert die vorläufige Definition der Bedeutsamkeit aus Einheit (6). Wir betrachten im Folgenden drei Beispiele für bedeutsame Aussagen in Abhängigkeit der Skalenart. Die gewählten Beispiele sind dabei prototypisch, aber nicht erschöpfend: es gibt viele weitere mögliche Aussagen.
- Die hier verwendete Definition der bedeutsamen Aussagen folgt Roberts (1984) Kapitel 2.4.
- Narens (2002) diskutiert eine generalisierte und grundlegendere Theorie der bedeutsamen Aussagen.

Theorem (Bedeutsamkeit von Größenvergleichen)

$(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ sei eine Skala. Dann ist für $m, n \in M$ die Aussage

$$f(m) > f(n) \tag{4}$$

bedeutsam, wenn f eine Ordinalskala, Intervallskala oder eine Verhältnisskala ist.

Bemerkungen

- Modelliert man die Messung von Entscheidungsoptionspräferenzen mit einer Ordinalskala, so bleibt die Aussage "Option m hat einen höheren Präferenzwert als Option n" unabhängig von der speziellen Form von f wahr.
- Modelliert man das Messen von Temperaturen mit einer Intervallskala, so bleibt die Aussage "Objekt m hat eine höhere Temperatur als Objekt n" unabhängig von der speziellen Form von f (z.B. $^\circ$C oder $^\circ$F) wahr.
- Modelliert man das Messen von Massen mit einer Verhältnisskala, so bleibt die Aussage "Objekt m hat eine größere Masse als Objekt n" unabhängig von der speziellen Form von f (z.B. kg oder lb) wahr.

Beweis

Bedeutsamkeit bei Ordinalskala

f sei eine Ordinalskala. Dann ist die Menge Φ der zulässigen Transformationen von f die Menge der monoton steigenden Funktionen. Für jede Transformation von $\phi \circ f$ von f mit $\phi \in \Phi$ gilt also

$$f(m) > f(n) \Leftrightarrow \phi(f(m)) > \phi(f(n)) \Leftrightarrow (\phi \circ f)(m) > (\phi \circ f)(n). \tag{5}$$

Bedeutsamkeit bei Intervallskala

f sei eine Intervallskala. Dann ist die Menge Φ der zulässigen Transformationen von f die Menge der positiv linear-affinen Funktionen. Für jede Transformation von $\phi \circ f$ von f mit $\phi \in \Phi$ gilt mit $\alpha > 0, \beta \in \mathbb{R}$ $ also

$$f(m) > f(n) \Leftrightarrow \alpha f(m) > \alpha f(n) \Leftrightarrow \alpha f(m) + \beta > \alpha f(n) + \beta \Leftrightarrow (\phi \circ f)(m) > (\phi \circ f)(n). \tag{6}$$

Bedeutsamkeit bei Verhältnisskala

f sei eine Verhältnisskala. Dann ist die Menge Φ der zulässigen Transformationen von f die Menge der Ähnlichkeitstransformationen. Für jede Transformation von $\phi \circ f$ von f mit $\phi \in \Phi$ gilt mit $\alpha > 0$ also

$$f(m) > f(n) \Leftrightarrow \alpha f(m) > \alpha f(n) \Leftrightarrow (\phi \circ f)(m) > (\phi \circ f)(n). \tag{7}$$

Bedeutsame Aussagen

Theorem (Bedeutsamkeit von Größenvergleichen von Differenzen)

$(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ sei eine Skala. Dann ist für $m, n, p, q \in M$ die Aussage

$$f(m) - f(n) > f(p) - f(q) \tag{8}$$

- im Allgemeinen nicht bedeutsam, wenn f eine Ordinalskala ist und
- bedeutsam, wenn f eine Intervallskala oder eine Verhältnisskala ist.

Bemerkungen

- Die betreffende Aussage ist "im Allgemeinen" nicht bedeutsam, wenn f eine Ordinalskala ist: es gibt durchaus monoton steigende Funktionen, für die die Aussage bedeutsam ist (z.B. die positiv linear-affinen Funktionen), die Aussage bleibt aber aber nicht bei Transformation von f durch alle monoton steigenden Funktionen wahr, wie wir durch ein Gegenbeispiel im Beweis zeigen.

Bedeutsame Aussagen

Beweis

Nicht-Bedeutsamkeit bei Ordinalskala

f sei eine Ordinalskala. Dann ist die Menge Φ der zulässigen Transformationen von f die Menge der monoton steigenden Funktionen. Wir zeigen durch ein Gegenbeispiel, dass die Aussage nicht unter allen zulässigen Transformationen von f wahr bleibt. Beispielsweise sei $M := \{m, n, p, q\}$ die Menge des qualitativen Relationssystems und ein Homomorphismus von $\mathcal{M}$ nach $(\mathbb{R}, >)$ definiert durch

$$f : M \to \mathbb{R} \text{ mit } f(m) := 10, f(n) := 6, f(p) := 4 \text{ und } f(q) := 2 \tag{9}$$

Sei weiterhin eine monoton steigende Funktion ϕ auf $f(M)$ definiert durch

$$\phi : f(M) \to \mathbb{R} \text{ mit } \phi(2) := 3, \phi(4) := 7, \phi(6) := 9 \text{ und } \phi(10) := 11. \tag{10}$$

Dann gilt

$$f(m) - f(n) > f(p) - f(q) \Leftrightarrow 10 - 6 > 4 - 2 \Leftrightarrow 4 > 2 \tag{11}$$

aber es gelten auch

$$(\phi \circ f)(m) - (\phi \circ f)(n) = \phi(f(m)) - \phi(f(n)) = \phi(10) - \phi(6) = 11 - 9 = 2 \tag{12}$$

und

$$(\phi \circ f)(p) - (\phi \circ f)(q) = \phi(f(p)) - \phi(f(q)) = \phi(4) - \phi(2) = 7 - 3 = 4 \tag{13}$$

und damit

$$(\phi \circ f)(m) - (\phi \circ f)(n) \not> (\phi \circ f)(p) - (\phi \circ f)(q) \tag{14}$$

Damit bleibt die Aussage

$$f(m) - f(n) > f(p) - f(q) \tag{15}$$

also nicht für alle $\phi \in \Phi$ wahr, sondern wird für das hier betrachtete ϕ falsch.

Bedeutsame Aussagen

Beweis (fortgeführt)

Bedeutsamkeit bei Intervallskala

f sei eine Intervallskala. Dann ist die Menge Φ der zulässigen Transformationen von f die Menge der positiv linear-affinen Funktionen. Für jede Transformation von $\phi \circ f$ von f mit $\phi \in \Phi$ gilt mit $\alpha > 0, \beta \in \mathbb{R}$ also

$$
\begin{aligned}
f(m) - f(n) > f(p) - f(q) &\Leftrightarrow \alpha(f(m) - f(n)) + \beta - \beta > \alpha(f(p) - f(q)) + \beta - \beta \\
&\Leftrightarrow (\alpha f(m) + \beta) - (\alpha f(n) + \beta) > (\alpha f(p) + \beta) - (\alpha f(q) + \beta) \\
&\Leftrightarrow (\phi \circ f)(m) - (\phi \circ f)(n) > (\phi \circ f)(p) - (\phi \circ f)(q).
\end{aligned}
\tag{16}
$$

Bedeutsamkeit bei Verhältnisskala

f sei eine Verhältnisskala. Dann ist die Menge Φ der zulässigen Transformationen von f die Menge der Ähnlichkeitstransformationen. Für jede Transformation von $\phi \circ f$ von f mit $\phi \in \Phi$ gilt mit $\alpha > 0$ also

$$
\begin{aligned}
f(m) - f(n) > f(p) - f(q) &\Leftrightarrow \alpha(f(m) - f(n)) > \alpha(f(p) - f(q)) \\
&\Leftrightarrow \alpha f(m) - \alpha f(n) > \alpha f(p) - \alpha f(q) \\
&\Leftrightarrow (\phi \circ f)(m) - (\phi \circ f)(n) > (\phi \circ f)(p) - (\phi \circ f)(q).
\end{aligned}
\tag{17}
$$

Bedeutsame Aussagen

Theorem (Bedeutsamkeit von Verhältnisaussagen)

$(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ sei eine Skala. Dann ist für $m, n \in M$ und $c \neq 0$ die Aussage

$$\frac{f(m)}{f(n)} = c \tag{18}$$

- im Allgemeinen nicht bedeutsam, wenn f eine Ordinalskala oder eine Intervallskala ist und
- bedeutsam, wenn f eine Verhältnisskala ist.

Bemerkungen

- Die Aussage formalisiert die Beobachtung, dass Verhältnisse von Temperaturen bei Wechsel der Messkala von Celsius zu Fahrenheit nicht konstant bleiben (vgl. (6) Grundprobleme der Messtheorie).

Bedeutsame Aussagen

Beweis

Wir zeigen zunächst die Bedeutsamkeit bei Verhältnisskala. Durch Angabe eines Gegenbeipiels zeigen wir dann die Nicht-Bedeutsamkeit bei Intervallskala. Die Nichtbedeutsamkeit bei Ordinalskala folgt dann direkt, weil alle positiv linear-affine Funktionen monotone Funktionen sind, das Gegenbeispiel aber zeigt, dass es positiv linear-affine Funktionen gibt, für die die Aussage nicht bedeutsam ist.

Bedeutsamkeit bei Verhältnisskala

f sei eine Verhältnisskala. Dann ist die Menge Φ der zulässigen Transformationen von f die Menge der Ähnlichkeitstransformationen. Für jede Transformation von $\phi \circ f$ von f mit $\phi \in \Phi$ gilt mit $\alpha > 0$ also

$$\frac{f(m)}{f(n)} = c \Leftrightarrow \alpha \left(\frac{f(m)}{f(n)} \right) = \alpha c \Leftrightarrow \frac{\alpha f(m)}{\alpha f(n)} = c \Leftrightarrow \frac{(\phi \circ f)(m)}{(\phi \circ f)(n)} = c. \tag{19}$$

Nicht-Bedeutsamkeit bei Intervallskala

Wir betrachten die Aussage

$$\frac{f(m)}{f(n)} = c \Leftrightarrow f(m) = cf(n) \tag{20}$$

Dann gilt im Allgemeinen für eine positiv linear-affine Funktion ϕ, dass

$$(\phi \circ f)(m) \neq c(\phi \circ f)(n) \tag{21}$$

Beweis (fortgeführt)

Zum Beispiel seien $f(m) := 2$, $f(n) := 1$ (also $c = 2$) und ϕ sei die positiv linear-affine Funktion

$$\phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x + \beta \text{ mit } \alpha := 1 \text{ und } \beta := 1. \tag{22}$$

Dann gilt offenbar

$$\frac{f(m)}{f(n)} = \frac{2}{1} = 2 \tag{23}$$

also

$$f(m) = 2f(n), \tag{24}$$

aber

$$(\phi \circ f)(m) \neq 2(\phi \circ f)(n) \tag{25}$$

denn

$$(\phi \circ f)(m) = \alpha f(m) + \beta = 1 \cdot 2 + 1 = 3 \tag{26}$$

und

$$2(\phi \circ f)(n) = 2(\alpha f(n) + \beta) = 2\alpha f(n) + 2\beta = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 4. \tag{27}$$

Vorbemerkungen

Bedeutsame Aussagen

Bedeutsame Statistiken

Selbstkontrollfragen

Definition (Bedeutsame Statistik)

$(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ sei eine Skala und es seien $m_1, ..., m_n \in M$, wobei M die dem qualitativen Relationssystem $\mathcal{M}$ zugrundeliegende Menge bezeichne. ϕ sei eine zulässige Transformation von f und γ sei eine *reellwertige Statistik*, d.h. eine Abbildung der Form

$$\gamma : f(M)^n \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, (f(m_1), ..., f(m_n)) \mapsto \gamma(f(m_1), ..., f(m_n)) \tag{28}$$

γ wird eine *bedeutsame Statistik* genannt, wenn

$$\phi\left(\gamma\left(f(m_1), ..., f(m_n)\right)\right) = \gamma\left(\phi(f(m_1)), ..., \phi(f(m_n))\right) \tag{29}$$

Bemerkungen

- Für den Wert einer bedeutsamen Statistik ist es also irrelevant, ob eine Skalentransformation auf der Ebene der Messwerte oder auf der Ebene der Statistikwerte durchgeführt wird.
- Die hier verwendete Definition der bedeutsamen Statistik folgt Saint-Mont (2011).
- Narens (2002) entwickelt eine generalisierte und grundlegendere Theorie der bedeutsamen Statistiken.

Theorem (Bedeutsamkeit der Summe)

Dann ist die Summe

$$\gamma : f(M)^n \to \mathbb{R}, (f(m_1), ..., f(m_n)) \mapsto \gamma(f(m_1), ..., f(m_n)) := \sum_{i=1}^{n} f(m_i) \tag{30}$$

der Messwerte $f(m_1), ..., f(m_n)$

- im Allgemeinen keine bedeutsame Statistik, wenn f eine Ordinalskala oder Intervallskala ist und
- eine bedeutsame Statistik, wenn f eine Verhältnisskala ist.

Bedeutsame Statistiken

Beweis

Bedeutsamkeit bei Verhältnisskala

Es sei $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ sei eine Verhältnisskala und ϕ eine zulässige Transformation von f, also eine Ähnlichkeitstransformation der Form

$$\phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x \text{ mit } \alpha > 0 \tag{31}$$

Dann gilt

$$\begin{aligned}
\phi(\gamma(f(m_1), ..., f(m_n))) &= \phi\left(\sum_{i=1}^{n} f(m_i)\right) \\
&= \alpha \sum_{i=1}^{n} f(m_i) \\
&= \sum_{i=1}^{n} \alpha f(m_i) \\
&= \sum_{i=1}^{n} \phi(f(m_i)) \\
&= \gamma(\phi(f(m_1)), ..., \phi(f(m_n)))
\end{aligned} \tag{32}$$

Bedeutsame Statistiken

Beweis (fortgeführt)

Nicht-Bedeutsamkeit bei Ordinal- und Intervallskala

Wir zeigen durch Angabe eines Gegenbeispiels, dass die Summe im Allgemeinen bei Intervallskalen keine bedeutsame Statistik ist. Da die zulässigen Transformationen der Intervallskalen monotone Funktionen sind, ist die Summe dann auch bei Ordinalskalen keine bedeutsame Statistik, da auch hier das Gegenbeispiel greift.

Für $n := 2$ seien $f(m_1) = 1$ und $f(m_2) = 2$ und ϕ sei die positiv linear-affine Funktion

$$\phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x + \beta \text{ mit } \alpha := 1 \text{ und } \beta := 1. \tag{33}$$

Dann gilt

$$\phi(\gamma(f(m_1), f(m_2))) = \phi(f(m_1) + f(m_2)) = \phi(1 + 2) = \phi(3) = 1 \cdot 3 + 1 = 4. \tag{34}$$

Es gilt aber auch

$$\gamma(\phi(f(m_1), \phi(f(m_2)))) = \gamma(\phi(1), \phi(2)) = \gamma(1 \cdot 1 + 1, 1 \cdot 2 + 1) = \gamma(2, 3) = 2 + 3 = 5. \tag{35}$$

Also gilt

$$\phi(\gamma(f(m_1), f(m_2))) = 4 \neq 5 = \gamma(\phi(f(m_1), \phi(f(m_2)))). \tag{36}$$

Theorem (Bedeutsamkeit des Mittelwerts)

Dann ist der Mittelwert

$$\gamma : f(M)^n \to \mathbb{R}, (f(m_1), ..., f(m_n)) \mapsto \gamma(f(m_1), ..., f(m_n)) := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f(m_i) \tag{37}$$

- im Allgemeinen keine bedeutsame Statistik, wenn f eine Ordinalskala ist und
- eine bedeutsame Statistik, wenn f eine Intervall- oder Verhältnisskala ist.

Bedeutsame Statistiken

<u>Beweis</u>

Bedeutsamkeit bei Verhältnisskala

Es sei $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ sei eine Verhältnisskala und ϕ eine zulässige Transformation von f, also eine Ähnlichkeitstransformation der Form

$$\phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x \text{ mit } \alpha > 0 \tag{38}$$

Dann gilt

$$\begin{aligned}
\phi(\gamma(f(m_1), ..., f(m_n))) &= \phi\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f(m_i)\right) \\
&= \alpha\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f(m_i) \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \alpha f(m_i) \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \phi(f(m_i)) \\
&= \gamma(\phi(f(m_1)), ..., \phi(f(m_n)))
\end{aligned} \tag{39}$$

Beweis (fortgeführt)

Bedeutsamkeit bei Intervallskala

Es sei $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$ sei eine Intervallskala und ϕ eine zulässige Transformation von f, also eine positiv linear-affine der Form

$$\phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := \alpha x + \beta \text{ mit } \alpha > 0 \tag{40}$$

Dann gilt

$$\begin{aligned}
\phi(\gamma(f(m_1), ..., f(m_n))) = \phi\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n f(m_i)\right) &= \alpha\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n f(m_i)\right) + \beta \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \alpha f(m_i) + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \beta \\
&= \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^n \alpha f(m_i) + \sum_{i=1}^n \beta\right) \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (\alpha f(m_i) + \beta) \\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \phi(f(m_i)) = \gamma(\phi(f(m_1)), ..., \phi(f(m_n)))
\end{aligned}$$

Bedeutsame Statistiken

Beweis (fortgeführt)

Nicht-Bedeutsamkeit bei Ordinalskala

Für $f(M) \subset \mathbb{R}_{>0}$ und $n := 2$ seien $f(m_1) = 1$ und $f(m_2) = 3$ und es sei ϕ die monotone Funktion

$$\phi : f(M) \to \mathbb{R}, x \mapsto \phi(x) := x^2. \tag{41}$$

Dann gilt

$$\phi(\gamma(f(m_1), f(m_2))) = \phi\left(\frac{1}{2}(1+3)\right) = \phi(2) = 2^2 = 4. \tag{42}$$

Es gilt aber auch

$$\gamma(\phi(f(m_1), \phi(f(m_2)))) = \gamma(\phi(1), \phi(3)) = \gamma\left(1^2, 3^2\right) = \frac{1}{2}(1+9) = 5. \tag{43}$$

Also gilt

$$\phi(\gamma(f(m_1), f(m_2))) = 4 \neq 5 = \gamma(\phi(f(m_1), \phi(f(m_2)))). \tag{44}$$

Vorbemerkungen

Bedeutsame Aussagen

Bedeutsame Statistiken

Selbstkontrollfragen

Selbstkontrollfragen

1. Definieren Sie den messtheoretischen Begriff der Bedeutsamen Aussage.
2. Geben Sie das Theorem zur Bedeutsamkeit von Größenvergleichen wieder und erläutern Sie es.
3. Geben Sie das Theorem zur Bedeutsamkeit von Größenvergleichen von Differenzen wieder und erläutern Sie es.
4. Was bedeutet es, dass eine Aussage bei einer gegebenen Skalenart "im Allgemeinen" nicht bedeutsam ist?
5. Geben Sie das Theorem zur Bedeutsamkeit von Verhältnisaussagen wieder und erläutern Sie es.
6. Definieren Sie den Begriff der reellwertigen Statistik vor dem Hintergrund einer Skala $(\mathcal{M}, \mathcal{N}, f)$.
7. Definieren Sie den Begriff der bedeutsamen Statistik.
8. Geben Sie das Theorem zur Bedeutsamkeit der Summe wieder und erläutern Sie es.
9. Geben Sie das Theorem zur Bedeutsamkeit des Mittelwerts wieder und erläutern Sie es.

Referenzen

Borgatta, Edgar F., and George W. Bohrnstedt. 1980. "Level of Measurement: Once Over Again." *Sociological Methods & Research* 9 (2): 147–60. https://doi.org/10.1177/004912418000900202.

Davison, Mark L, and Anu R Sharma. 1988. "Parametric Statistics and Levels of Measurement."

Gaito, John. 1980. "Measurement Scales and Statistics: Resurgence of an Old Misconception."

Luce, R.Duncan, and John W. Tukey. 1964. "Simultaneous Conjoint Measurement: A New Type of Fundamental Measurement." *Journal of Mathematical Psychology* 1 (1): 1–27. https://doi.org/10.1016/0022-2496(64)90015-X.

Narens, Louis. 2002. *Theories of Meaningfulness*. Scientific Psychology Series Monographs. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.

Roberts, Fred S. 1984. *Measurement Theory with Applications to Decisionmaking, Utility, and the Social Sciences*. Encyclopedia of Mathematics and Its Applications ; Section, Mathematics and the Social Sciences, v. 7. Cambridge [Cambridgeshire] ; New York, NY, USA: Cambridge University Press.

Saint-Mont, Uwe. 2011. *Statistik Im Forschungsprozess*. Heidelberg: Physica-Verlag HD. https://doi.org/10.1007/978-3-7908-2723-1.

Stevens, S. S. 1951. "Mathematics, Measurement, and Psychophysics." In *Handbook of Experimental Psychology*, 1–49.

Townsend, James T, and F Gregory Ashby. 1984. "Measurement Scales and Statistics: The Misconception Misconceived."