Otto-Von-Guericke-Universität Magdeburg
Institut für Psychologie
Abteilung Methodenlehre I: Methoden der experimentellen und neurowissenschaftlichen Psychologie
Prof. Dr. Dirk Ostwald

Klausur Modul A1 Multivariate Verfahren

Termin: 24.07.2023

Name, Vorname: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Bearbeitungshinweise

- Die Klausur besteht aus **20 Aufgaben**.
- Bei jeder Aufgabe sind jeweils **vier Antwortmöglichkeiten** vorgegeben, es ist **immer genau eine** Antwort richtig. Bitte kreuzen Sie bei jeder Aufgabe die nach Ihrer Einschätzung richtige Antwort an.
- Für jede richtig gelöste Aufgabe erhalten Sie einen Punkt.

Viel Erfolg!

Gegeben seien die Vektoren

$$x := \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ und } y := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

1. Welche Aussage zur Länge $||x||$ von x trifft zu?
   a) $||x|| = 6.$
   b) $||x|| = \sqrt{6}.$
   c) $||x|| = \sqrt{20}.$
   d) $||x|| = 20.$

2. Welche Aussage zum Skalarprodukt $\langle x, y\rangle$ von x und y trifft zu?
   a) $\langle x, y\rangle = 2.$
   b) $\langle x, y\rangle = 4.$
   c) $\langle x, y\rangle = 6.$
   d) $\langle x, y\rangle = 8.$

Es seien

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, x := \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } b := \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{2}$$

3. Welche Aussage trifft zu?
   a) $Ax + b = (12, 4)^T.$
   b) $Ax + b = (15, 2)^T.$
   c) $Ax + b = (11, 8)^T.$
   d) $Ax + b = (19, 1)^T.$

4. Welche Aussage zur Determinante $\det(A)$ von A trifft zu?
   a) $\det(A) = 0.$
   b) $\det(A) = 13.$
   c) $\det(A) = -13.$
   d) $\det(A) = 15.$

5. Welche Aussage zu dem Vektor $v = (1, 1)^T$ in Hinblick auf die Matrix A trifft zu?
   a) v ist Eigenvektor von A mit Eigenwert 1.
   b) v ist Eigenvektor von A mit Eigenwert 6.
   c) v ist Eigenvektor von A mit Eigenwert 5.
   d) Keine der obigen Antwortmöglichkeiten trifft zu.

6. Welche der folgenden Aussagen trifft zu? Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $N(x;\mu,\Sigma)$ einer multivariaten Normalverteilung ist mit $x,\mu \in \mathbb{R}^n$, $\Sigma \in \mathbb{R}^{n\times n}$ p.d. für $n > 1$ definiert als
   a) $N(x;\mu,\Sigma) := (2\pi)^{-\frac{n}{2}}|\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma^T(x-\mu)\right)$.
   b) $N(x;\mu,\Sigma) := (2\pi)^{-\frac{n}{2}}|\Sigma|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu)\right)$.
   c) $N(x;\mu,\Sigma) := (2\pi)^{-\frac{1}{2}}|\Sigma|^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma(x-\mu)\right)$.
   d) $N(x;\mu,\Sigma) := (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu)\right)$.

7. Welche Aussage zum Theorem zu den bedingten Normalverteilungen eines m-dimensionalen normalverteilten Zufallsvektors (ξ, υ) trifft **nicht** zu?
   a) Das Theorem erlaubt die Bestimmung einer bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF).
   b) Das Theorem setzt bekannte Parameter einer $m+n$-dimensionalen Normalverteilung voraus.
   c) Der Erwartungswertparameter der bedingten WDF von ξ gegeben υ hängt nicht von υ ab.
   d) Der Kovarianzmatrixparameter der bedingten WDF von ξ gegeben υ hängt nicht von υ ab.

8. Welche Aussage zu den Grundzügen der Kanonischen Korrelationsanalyse trifft **nicht** zu?
   a) Bei der Kanonischen Korrelationsanalyse betrachtet man im Allgemeinen multivariate unabhängige und multivariate abhängige Variablen.
   b) Bei der Kanonischen Korrelationsanalyse werden vorliegende Datenvektoren als Realisierungen von Zufallsvektoren konzipiert.
   c) Bei der Kanonischen Korrelationsanalyse werden Linearkombinationen der Datenvektoren von unabhängiger und abhängiger Variable korreliert.
   d) Bei der Kanonischen Korrelationsanalyse ergibt sich immer nur höchstens eine kanonische Korrelation.

9. ξ und υ seien zwei Zufallsvariablen und $\rho(\xi,\upsilon)$ sei ihre Korrelation. Welche Aussage trifft dann zu?
   a) $\rho(2\xi,\upsilon) = 2\rho(\xi,\upsilon)$.
   b) $\rho(\xi,2\upsilon) = 2\rho(\xi,\upsilon)$.
   c) $\rho(2\xi,2\upsilon) = \rho(\xi,\upsilon)$.
   d) $\rho(\xi+2,\upsilon+2) = 2\rho(\xi,\upsilon)$.

10. Welche Aussage zum Schätzen kanonischer Korrelationen trifft **nicht** zu?
   a) Grundlage des Schätzens kanonischer Korrelationen ist eine Stichprobenkovarianzmatrix.
   b) Eigenwerte sind für das Schätzen kanonischer Korrelationen irrelevant.
   c) Kanonische Korrelationen können mithilfe einer Singulärwertzerlegung geschätzt werden.
   d) Für einen Datensatz werden in der Regel mehrere kanonische Korrelationen geschätzt.

11. Welche Aussage zum Anwendungsszenario eines Einstichproben-T^2-Tests trifft **nicht** zu?
    a) Man geht von einer Stichprobe experimenteller Einheiten aus.
    b) Man geht allgemein davon aus, dass pro experimenteller Einheit zwei oder mehr Werte gemessen wurden.
    c) Man nimmt an, dass die beobachteten Daten unabhängig und identisch multivariat normalverteilt sind.
    d) Man geht davon aus, dass die Erwartungswert- und Kovarianzparameter der Datenverteilung bekannt sind.

12. Welche Aussage zur Einstichproben-T^2-Teststatistik $T^2 := n(\bar{Y} - \mu_0)^T C^{-1}(\bar{Y} - \mu_0)$ trifft zu?
    a) n bezeichnet die Dimension der Einstichproben-T^2-Test Zufallsvektoren $Y_1, ..., Y_n$.
    b) $\bar{Y}$ bezeichnet die Standardabweichung der Einstichproben-T^2-Test Zufallsvektoren $Y_1, ..., Y_n$.
    c) μ_0 ist der wahre, aber unbekannten, Erwartungswert der Einstichproben-T^2-Test Zufallsvektoren $Y_1, ..., Y_n$.
    d) C bezeichnet die Stichprobenkovarianzmatrix der Einstichproben-T^2-Test Zufallsvektoren $Y_1, ..., Y_n$.

13. Welche Aussage zur Einstichproben-T^2-Teststatistik $T^2 := n(\bar{Y} - \mu_0)^T C^{-1}(\bar{Y} - \mu_0)$ trifft **nicht** zu?
    a) T^2 ist die mit dem Stichprobenumfang skalierte Mahalanobis Distanz von $\bar{Y}$ und μ_0 hinsichtlich C.
    b) T^2 nimmt, wenn $\bar{Y}$, μ_0 und C gleich bleiben, für höhere Stichprobenumfänge kleinere Werte an.
    c) T^2 nimmt, wenn n und C gleich bleiben, für größere Abstände zwischen $\bar{Y}$ und μ_0 größere Werte an.
    d) Für $\nu := (n - m)/((n - 1)m)$ ist νT^2 nicht-zentral f-verteilt.

14. Welche Aussage zur Definition der Hauptkomponentenanalyse $\mathbb{C}(y) = Q\Lambda Q^T$ trifft **nicht** zu?
    a) $\mathbb{C}(y) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ bezeichnet die Kovarianzmatrix eines Zufallsvektors.
    b) $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ist die Matrix der spaltenweisen Konkatenation der Eigenwerte von $\mathbb{C}(y)$.
    c) $\Lambda \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ist eine Diagonalmatrix.
    d) Bei der Gleichung $\mathbb{C}(y) = Q\Lambda Q^T$ handelt es sich um eine orthonormale Zerlegung von $\mathbb{C}(y)$.

15. Welche Aussage zum Theorem der Hauptkomponentenanalyse $\mathbb{C}(y) = Q\Lambda Q^T$ trifft zu?
    a) Die Spalten von Λ bilden eine Orthonormalbasis von $\mathbb{R}^m$.
    b) Die Kovarianzmatrix des PCA-transfomierten Zufallsvektors ist die Diagonalmatrix Q.
    c) Die Komponenten des PCA-transfomierten Zufallsvektors kovariieren stark.
    d) Die Varianzen der Komponenten des PCA-transfomierten Zufallsvektors sind die Eigenwerte von $\mathbb{C}(y)$.

16. Welche Aussage zum Modell der explorativen Faktorenanalyse $\upsilon = L\xi + \varepsilon$ trifft **nicht** zu?
    a) L ist eine Matrix.
    b) ξ ist ein fest vorgebener, nichtzufälliger, Skalar.
    c) ε ist ein Zufallsvektor.
    d) υ ist ein Zufallsvektor.

17. Gegeben sei das Modell der explorativen Faktorenanalyse $\upsilon = L\xi + \varepsilon$ mit $\xi \sim (0_k, I_k)$ und $\varepsilon \sim (0_m, \Psi)$ Welche Aussage zur marginalen Kovarianzmatrix $\mathbb{C}(\upsilon)$ des Datenvektors trifft dann zu?
    a) $\mathbb{C}(\upsilon) = L$.
    b) $\mathbb{C}(\upsilon) = L^T L$.
    c) $\mathbb{C}(\upsilon) = LL^T$.
    d) $\mathbb{C}(\upsilon) = LL^T + \Psi$.

18. Welche Aussage zur Hauptkomponentenschätzung der explorativen Faktorenanalyse (EFA) trifft **nicht** zu?
    a) Eine Matrixorthonormalzerlegung spielt in der EFA Hauptkomponentenschätzung keine Rolle.
    b) Grundlage für die EFA Hauptkomponentenschätzung ist die Stichprobenkovarianzmatrix eines Datensatzes.
    c) Die Hauptkomponentenschätzung der EFA generiert unter anderem Kommunalitätsschätzer.
    d) Die Hauptkomponentenschätzung der EFA generiert unter anderem Spezifitätsschätzer.

19. Welche Aussage zu den Unterschieden der Modelle der exploratorischen Faktorenanalyse (EFA) und der konfirmatorischen Faktorenanalyse (CFA) trifft **nicht** zu?
    a) Die CFA basiert im Gegensatz zur EFA explizit auf Normalverteilungsannahmen.
    b) In der CFA muss der Zustandsrauschenkovarianzmatrixparameter keine Diagonalmatrix sein.
    c) Unrestringierte EFA Modelle sind nie identifizierbar, unrestringierte CFA Modelle sind immer identifizierbar.
    d) Die CFA ermöglicht Frequentistische Parameterinferenz.

20. Welche Aussage zu den Log-Likelihood- und Diskrepanzfunktionen der konfimatorischen Faktorenanalyse (CFA) trifft **nicht** zu?
    a) Die Log-Likelihoodfunktion und die Diskrepanzfunktion der CFA sind immer identisch.
    b) Eine Minimumstelle der Diskrepanzfunktkon maximiert die Log-Likelihood-Funktion der CFA.
    c) Die Minimierung der Diskrepanzfunktion liefert einen Maximum-Likelihood Schätzer für die CFA Parameter.
    d) Die CFA Diskrepanzfunktion ist vor allem durch die Modellevaluation der CFA motiviert.