Wahrscheinlichkeitstheorie und Frequentistische Inferenz

BSc Psychologie WiSe 2021/22

Prof. Dr. Dirk Ostwald

(9) Grundbegriffe Frequentistischer Inferenz

Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Online Psychotherapie

Klassische Psychotherapie

Becks Depression Inventar (BDI) zur Depressionsdiagnostik

Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Experimentelle Bedingung
(Gruppen von $n = 50$)

Psychotherapie

Klassisch

Pre-BDI  Post-BDI

Online

Pre-BDI  Post-BDI

Einlesen des Datensatzes mit `read.table()`

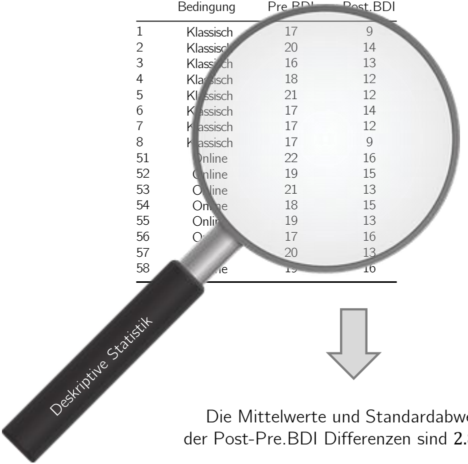
```
fname         = file.path(getwd(), "9_Daten", "psychotherapie_datensatz.csv")
D             = read.table(fname, sep = ",")
```

Daten der ersten acht Proband:innen jeder Gruppe

	Bedingung	Pre.BDI	Post.BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	Online	17	16
57	Online	20	13
58	Online	19	16

Deskriptive Statistik

	Bedingung	Pre.BDI	Post.BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	[illegible]	17	16
57	[illegible]	20	13
58	[illegible]	[illegible]	16



Die Mittelwerte und Standardabweichung
der Post-Pre.BDI Differenzen sind 2.89 ± 1.67.

Frequentistische Statistik

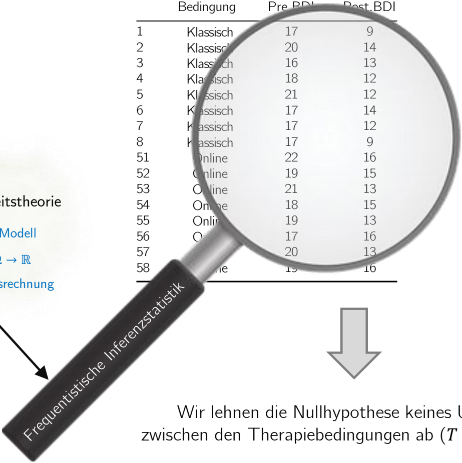
Wahrscheinlichkeitstheorie

Probabilistisches Modell

$(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P}), X: \Omega \to \mathbb{R}$

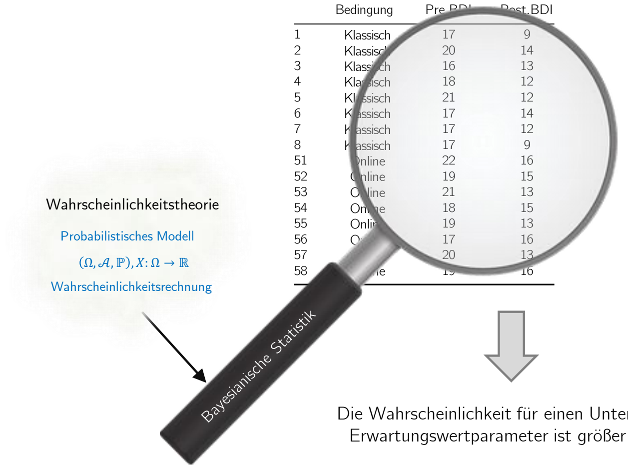
Wahrscheinlichkeitsrechnung

	Bedingung	Pre BDI	Post BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	[illegible]	17	16
57	[illegible]	20	13
58	[illegible]	19	16



Wir lehnen die Nullhypothese keines Unterschiedes zwischen den Therapiebedingungen ab ($T = 2.7, p < 0.05$).

Bayesianische Statistik

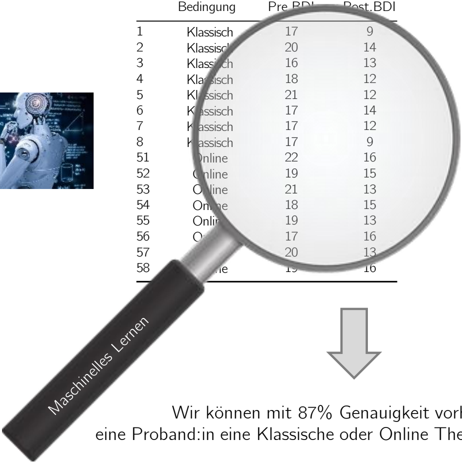


	Bedingung	Pre.BDI	Post.BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisc	20	14
3	Klass ch	16	13
4	Kla sisch	18	12
5	Kl ssisch	21	12
6	K assisch	17	14
7	K assisch	17	12
8	K assisch	17	9
51	nline	22	16
52	nline	19	15
53	O line	21	13
54	On e	18	15
55	Onli	19	13
56	O	17	16
57		20	13
58	e	19	16

Die Wahrscheinlichkeit für einen Unterschied der Erwartungswertparameter ist größer als 0.63.

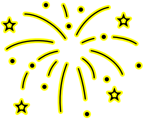
Maschinelles Lernen

	Bedingung	Pre.BDI	Post.BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	Online	17	16
57	[illegible]	20	13
58	Online	19	16

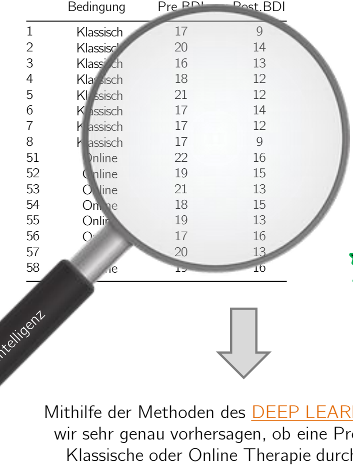


Wir können mit 87% Genauigkeit vorhersagen, ob
eine Proband:in eine Klassische oder Online Therapie durchlaufen hat.

Künstliche Intelligenz



	Bedingung	Pre.BDI	Post.BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Onlin[illegible]	19	13
56	O[illegible]	17	16
57	[illegible]	20	13
58	[illegible]ne	[illegible]	16



Mithilfe der Methoden des DEEP LEARNINGS können wir sehr genau vorhersagen, ob eine Proband:in eine Klassische oder Online Therapie durchlaufen hat.

Statistische Modelle

Statistiken und Schätzer

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Selbstkontrollfragen

Statistische Modelle

Statistiken und Schätzer

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Selbstkontrollfragen

Definition (Statistisches Modell)

Ein *statistisches Modell* ist ein Tripel

$$\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}) \tag{1}$$

bestehend aus einem *Stichprobenraum* $\mathcal{X}$, einer σ-Algebra $\mathcal{A}$ auf $\mathcal{X}$ und einer mindestens zweielementigen Menge $\{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}$ von Wahrscheinlichkeitsmaßen auf $(\mathcal{X}, \mathcal{A})$, die mit einer Menge Θ indiziert sind.

Bemerkungen

- Im Gegensatz zum W-Raum betrachten wir zwei oder mehr W-Maße.
- Das jeweils zugrundeliegende Wahrscheinlichkeitsmaß ist mit $\theta \in \Theta$ indiziert.
- Für Erwartungswerte und (Ko)Varianzen bezüglich $\mathbb{P}_\theta$ schreiben wir $\mathbb{E}_\theta$, $\mathbb{V}_\theta$, $\mathbb{C}_\theta$.

Definition (Parametrische, Standard- und Produktmodelle)

- Ein statistisches Modell $\mathcal{M}$ heißt ein *parametrisches Modell*, wenn $\Theta \subset \mathbb{R}^d$ für ein $d \in \mathbb{N}$ ist. Für $d = 1$ heißt $\mathcal{M}$ ein *einparametriges Modell*.

- Ein statistisches Modell $\mathcal{M}$ heißt ein *diskretes Modell*, wenn $\mathcal{X}$ diskret ist. Jedes $\mathbb{P}_\theta$ besitzt dann eine WMF p_θ definiert durch $p_\theta := \mathbb{P}_\theta(x)$. Ein statistisches Modell $\mathcal{M}$ heißt ein *stetiges Modell*, wenn $\mathcal{X} \subset \mathbb{R}^n$ ist und jedes $\mathbb{P}_\theta$ eine WDF p_θ besitzt.

- Für ein statistisches Modell $\mathcal{M}_0 := (\mathcal{X}_0, \mathcal{A}_0, \{\mathbb{P}_\theta^0 | \theta \in \Theta\})$ und $n > 1$ heißt das statistische Modell $\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\})$, für welches $\mathcal{X} := \times_{i=1}^n \mathcal{X}_0$ das n-fache kartesische Produkt von $\mathcal{X}_0$ mit sich selbst ist, $\mathcal{A}$ die entsprechende Produkt-σ-Algebra ist, und $\{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}$ die entsprechende Menge an Produktmaßen $\prod_{i=1}^n \mathbb{P}_\theta^0$ ist, das zu $\mathcal{M}_0$ gehörige *Produktmodell*.

Statistische Modelle

Bemerkungen

- Der Vorgang des Beobachtens, der ein zufälliges Ergebnis liefert, wird mit Zufallsvektoren X, die Werte in $\mathcal{X}$ annehmen, beschrieben. Im Kontext statistischer Modelle nennt man diese Zufallsvektoren *Beobachtung, Messung*, oder *Stichprobe*. Ihre Realisierungen $x \in \mathcal{X}$, also konkret vorliegende Datenwerte, werden *Beobachtungswert, Messwert, Stichprobenwert* oder *Datensatz* genannt.
- Produktmodelle modellieren die unabhängige Wiederholung eines Einzelexperiments. Der entsprechende Zufallsvektor $X := (X_1, ..., X_n)$ entspricht dann einer Menge von unabhängigen Zufallsvariablen/vektoren $X_1, ..., X_n \sim \mathbb{P}_\theta^0$.
- Wenn für ein Produktmodell die Menge $\mathcal{X}_0$ eindimensional ist, also z.B. $\mathcal{X}_0 = \mathbb{R}$ gilt, spricht man von einem *univariaten statistischen Modell*. Wenn für ein Produktmodell die Menge $\mathcal{X}_0$ mehrdimensional ist, also z.B. $\mathcal{X}_0 = \mathbb{R}^m, m > 1$ ist, spricht man auch von *multivariaten statistischen Modellen*. Wir betrachten in diesem Kurs nur univariate statistische Modelle.
- Die am häufigsten angewendeten statistischen Modelle sind parametrische stetige Produktmodelle.
- In einem konkreten Datenanalyseproblem nimmt man an, dass die beobachteten Stichprobenwerte $x = (x_1, ..., x_n)$ der Stichprobe $X = (X_1, ..., X_n)$ durch $\mathbb{P}_{\tilde{\theta}}$ generiert wurde, wobei $\tilde{\theta}$ hier den *wahren, aber unbekannten, Parameterwert* bezeichnet. Der wahre, aber unbekannten, Parameterwert $\tilde{\theta}$ bleibt auch nach der statistischen Analyse unbekannt.
- In der mathematischen Analyse von Inferenzmethoden betrachtet man alle möglichen wahren, aber unbekannten, Parameterwerte, schreibt also einfach $\{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}$.

Beispiel (1)

Definition (Bernoullimodell)

Das univariate parametrische Produktmodell

$$\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}) \tag{2}$$

mit

$$\mathcal{X} := \{0,1\}^n, \mathcal{A} := \mathcal{P}\left(\{0,1\}^n\right), \theta := \mu, \Theta :=]0,1[, \tag{3}$$

also

$$\{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\} := \left\{\prod_{i=1}^n \text{Bern}(\mu) | \mu \in]0,1[\right\}, \tag{4}$$

und damit

$$X_1, ..., X_n \sim \text{Bern}(\mu) \text{ mit } \mu \in]0,1[, \tag{5}$$

heißt *Bernoullimodell*.

Bemerkung

- Das Bernoullimodell spielt in der statistischen Anwendung eine eher untegeordnete Rolle.

Beispiel (2)

Definition (Normalverteilungsmodell)

Das univariate parametrische Produktmodell

$$\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\}) \tag{6}$$

mit

$$\mathcal{X} := \mathbb{R}^n, \mathcal{A} := \mathcal{B}(\mathbb{R}^n), \theta := (\mu, \sigma^2), \Theta := \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0}, \tag{7}$$

also

$$\{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\} := \left\{ \prod_{i=1}^n N(\mu, \sigma^2) | (\mu, \sigma^2) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0} \right\}, \tag{8}$$

und damit

$$X_1, ..., X_n \sim N(\mu, \sigma^2) \text{ mit } (\mu, \sigma^2) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0} \tag{9}$$

heißt Normalverteilungsmodell

Bemerkungen

- Das Normalverteilungsmodell ist Grundlage der allermeisten populären statistischen Verfahren.
- Diese Verfahren werden im Allgemeinen Linearen Modell integrativ betrachtet.
- Das Modell ist grundlegend durch normalverteiltes Rauschen, nicht “normalverteilte Populationen,” motiviert.

Statistische Modelle

Statistiken und Schätzer

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Selbstkontrollfragen

Definition (Statistik)

$\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\})$ sei ein statistisches Modell und $(\Sigma, \mathcal{S})$ sei ein Messraum. Dann wird eine Zufallsvariable

$$S : \mathcal{X} \to \Sigma \tag{10}$$

Statistik genannt.

Bemerkungen

- Beobachtungen und Statistiken werden durch Zufallsvariablen modelliert.
- Beobachtungen modellieren die stochastische Generation von Daten
- Statistiken modellieren von Datenanalyst:innen konstruierte Funktionen, die aufgrund von Beobachtungen essentielle Größen extrahieren, aus denen sich sinnvolle Schlüsse ziehen lassen.

Beispiele (Statistiken)

$\mathcal{M}$ sei das Normalverteilungsmodell. Dann sind zum Beispiel folgende Zufallsvariablen Statistiken:

- Das *Stichprobenmittel*

$$\bar{X}_n : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, X \mapsto \bar{X}_n(X) := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i, \tag{11}$$

- Die *Stichprobenvarianz*

$$S_n^2 : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}_{\geq 0}, X \mapsto S_n^2(X) := \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2, \tag{12}$$

- Die *Stichprobenstandardabweichung*

$$S_n : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}_{\geq 0}, X \mapsto S_n(X) := \sqrt{S_n^2}, \tag{13}$$

- Die T*-Statistik*

$$T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, X \to T(X) := \sqrt{n}\left(\frac{\bar{X}_n}{S_n}\right). \tag{14}$$

Definition (Schätzer)

$\mathcal{M} := (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{\mathbb{P}_\theta | \theta \in \Theta\})$, $(\Sigma, \mathcal{S})$ sei ein Messraum, und $\tau : \Theta \to \Sigma$ sei eine Abbildung, die jedem $\theta \in \Theta$ eine Kenngröße $\tau(\theta) \in \Sigma$ zuordnet. Eine Statistik

$$\hat{\tau} : \mathcal{X} \to \Sigma \tag{15}$$

heißt dann ein *Schätzer* für τ.

Bemerkungen

- Typische Beispiele für τ sind
  - $\tau(\theta) := \theta$ für die Schätzung von θ,
  - $\tau(\theta) := \theta_i$ mit $\theta \in \mathbb{R}^d, d > 1$ für die Schätzung einer Komponente von θ,
  - $\tau(\theta) := \mathbb{E}_\theta(X_0)$ für die Schätzung des Erwartungswerts einer Beobachtung,
  - $\tau(\theta) := \mathbb{V}_\theta(X_0)$ für die Schätzung der Varianz einer Beobachtung.
- Schätzer nehmen Zahlwerte in Σ an und heißen deshalb auch *Punktschätzer*.
- Nicht jeder Schätzer ist ein guter Schätzer, man definiert deshalb *Schätzgütekriterien*.
- Für $\hat{\tau}$ bei $\tau(\theta) := \theta$ schreibt man auch $\hat{\theta}$

Beispiele (Schätzer)

$\mathcal{M}$ sei das Normalverteilungsmodell.

- Dann ist zum Beispiel das Stichprobenmittel $\bar{X}_n : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ ein Schätzer für

$$\tau : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}, (\mu, \sigma_2) \mapsto \tau(\mu, \sigma^2) := \mu. \tag{16}$$

  Ebenso ist $\bar{X}_n$ ein Schätzer für

$$\tau : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}, (\mu, \sigma_2) \mapsto \tau(\mu, \sigma^2) := \mathbb{E}_{\mu,\sigma^2}(X_0) = \mu. \tag{17}$$

- Weiterhin ist die konstante Funktion

$$\hat{\tau} : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}, x \mapsto \hat{\tau}(X) := 42 \tag{18}$$

  ein Schätzer für

$$\tau : \mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}_{>0}, (\mu, \sigma_2) \mapsto \tau(\mu, \sigma^2) := \sigma^2. \tag{19}$$

Dass eine Funktion $\hat{\tau} : \mathcal{X} \to \Sigma$ ein Schätzer ist, heißt nicht, dass sie ein guter Schätzer ist!

Gütekriterien für Schätzer sind der Inhalt von Vorlesungseinheit (10) Schätzereigenschaften.

Statistische Modelle

Statistiken und Schätzer

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Selbstkontrollfragen

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

(1) **Parameterschätzung**

Ziel der Parameterschätzung ist es, einen möglichst guten Tipp für den wahren, aber unbekannten, Parameterwert (oder eine Funktion dessen) abzugeben, typischerweise basierend auf der Beobachtung einer Realisierung von $X_1, ..., X_n \sim p_\theta$.

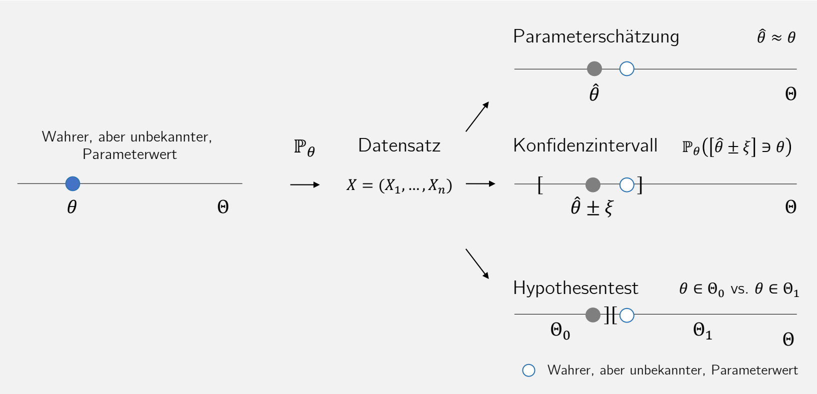
(2) **Konfidenzintervalle**

Das Ziel der Bestimmung von Konfidenzintervallen ist es, basierend auf der Verteilung möglicher Parameterschätzwerte eine quantitative Aussage über die mit dem Schätzwert assoziierte Unsicherheit zu treffen.

(3) **Hypothesentests**

Das Ziel der Auswertung von Hypothesentests ist es, basierend auf der angenommenen Verteilung der Beobachtungen $X_1, ..., X_n$ in einer möglichst sinnvollen Form zu entscheiden, ob der wahre, aber unbekannte Parameterwert, in einer von zwei s ich gegenseitig ausschließenden Untermengen des Parameterraumes, welche man als Hypothesen bezeichnet, liegt.

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz



Standardannahmen frequentistischer Inferenz

$\mathcal{M}$ sei ein statistisches Modell mit $X_1, ..., X_n \sim p_\theta$. Es wird angenommen, dass ein vorliegender Datensatz eine der möglichen Realisierungen von $X_1, ..., X_n \sim p_\theta$ ist.

Aus frequentistischer Sicht kann man das Experiment unendlich oft wiederholen und zu jedem Datensatz Schätzer oder Statistiken auswerten, z.B. das Stichprobenmittel:

Datensatz (1) : $x^{(1)} = \left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, ..., x_n^{(1)}\right)$ mit $\bar{x}_n^{(1)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^{(1)}$

Datensatz (2) : $x^{(2)} = \left(x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, ..., x_n^{(2)}\right)$ mit $\bar{x}_n^{(2)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^{(2)}$

Datensatz (3) : $x^{(3)} = \left(x_1^{(3)}, x_2^{(3)}, ..., x_n^{(3)}\right)$ mit $\bar{x}_n^{(3)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^{(3)}$

Datensatz (4) : $x^{(4)} = \left(x_1^{(4)}, x_2^{(4)}, ..., x_n^{(4)}\right)$ mit $\bar{x}_n^{(4)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^{(4)}$

Datensatz (5) : $x^{(5)} = ...$

Um die Qualität statistischer Methoden zu beurteilen betrachtet die frequentistische Statistik deshalb die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Schätzern und Statistiken unter Annahme von $X_1, ..., X_n \sim p_\theta$. Was zum Beispiel ist die Verteilung von $\bar{x}_n^{(1)}$, $\bar{x}_n^{(2)}$, $\bar{x}_n^{(3)}$, $\bar{x}_n^{(4)}$, ... also die Verteilung der Zufallsvariable $\bar{X}_n := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n X_i$?

Wenn eine statistische Methode im Sinne der frequentitischen Standardannahmen "gut" ist, dann heißt das also, dass sie bei häufiger Anwendung "im Mittel gut" ist.

Im Einzelfall, also im Normalfall nur eines vorliegenden Datensatzes, kann sie auch "schlecht" sein.

Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Online Psychotherapie

Klassische Psychotherapie

Becks Depression Inventar (BDI) zur Depressionsdiagnostik

Evidenzbasierte Evaluation von Psychotherapieformen bei Depression

Experimentelle Bedingung
(Gruppen von n = 50)

Psychotherapie

Klassisch

Pre-BDI

Post-BDI

Online

Pre-BDI

Post-BDI

Einlesen des Datensatzes mit `read.table()`

```
fname        = file.path(getwd(), "9_Daten", "psychotherapie_datensatz.csv")
D            = read.table(fname, sep = ",")
```

Daten der ersten acht Proband:innen jeder Gruppe

	Bedingung	Pre.BDI	Post.BDI
1	Klassisch	17	9
2	Klassisch	20	14
3	Klassisch	16	13
4	Klassisch	18	12
5	Klassisch	21	12
6	Klassisch	17	14
7	Klassisch	17	12
8	Klassisch	17	9
51	Online	22	16
52	Online	19	15
53	Online	21	13
54	Online	18	15
55	Online	19	13
56	Online	17	16
57	Online	20	13
58	Online	19	16

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Standardanahmen der Frequentistischen Inferenz

Wir legen das Normalverteilungsmodell zugrunde, d.h. wir nehmen an, dass die BDI Werte Realisierungen von u.i.v. Zufallsvariablen

$$X_{ijk} \sim N\left(\mu_{ij}, \sigma^2\right), i = 1, 2, j = 1, 2, k = 1, ..., n_i \tag{20}$$

wobei $i \in \{1, 2\}$ die experimentelle Bedingung (1 = Klassisch, 2 = Online), $j \in \{1, 2\}$ den Zeitpunkt der Messung (1 = Pre, 1 = Post) und $k \in \mathbb{N}_i$ den Proband:innen Index in der $i$ten experimentellen Bedingung bezeichnen sollend Dies entspricht der Annahme, dass sich der BDI Wert einer Proband:in durch Addition einer normalverteilten Fehlervariable mit Erwartungswertparameter 0 und Varianzparameter σ^2 zu den innerhalb einer Versuchsbedingung und einer Messung identischen Wert μ_{ij} ergibt.

Standardprobleme der Frequentistischen Inferenz

(1) Was sind sinnvolle Tipps für die wahren, aber unbekannten, Parameterwerte μ_{ij} und σ^2?

(2) Wie hoch ist im frequentistischen Sinn die mit diesen Tipps assoziierte Unsicherheit?

(3) Entscheiden wir uns sinnvollerweise für die Hypothese, dass gilt

$$(\mu_{12} - \mu_{11}) - (\mu_{21} - \mu_{22}) \neq 0? \tag{21}$$

Statistische Modelle

Statistiken und Schätzer

Standardprobleme Frequentistischer Inferenz

Selbstkontrollfragen

Selbstkontrollfragen

1. Definieren und erläutern Sie den Begriff des statistischen Modells.
2. Definieren und erläutern Sie den Begriff eine parametrischen statistischen Produktmodells.
3. Erläutern Sie den Unterschied zwischen univariaten und multivariaten statistischen Modellen.
4. Formulieren Sie das Bernoullimodel.
5. Formulieren Sie das Normalverteilungsmodell.
6. Definieren und erläutern Sie den Begriff der Statistik.
7. Definieren und erläutern Sie den Begriff des Schätzers.
8. Nennen und erläutern Sie die Standardprobleme der frequentistischen Inferenz.
9. Erläutern Sie die Standardannahmen der frequentistischen Inferenz.